



Representación y Aritmética



REPRESENTACIÓN Y ARITMÉTICA

1. Introducción
 - Representaciones alfanuméricas y numéricas
 - Operador y estructura de la ALU
2. Representación en coma fija
 - Binario sin signo
 - Complemento a 2, complemento a 1 y signo-magnitud
 - Exceso a M
3. Representación en coma flotante
 - Definición, rango y resolución
 - Normalización y bit implícito
 - Redondeo y bits de guarda
 - Estándar IEEE 754
4. Otras operaciones



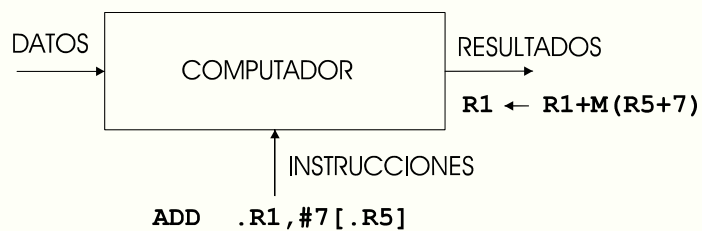
BIBLIOGRAFÍA

- Fundamentos de los computadores. Pedro de Miguel. Editorial Paraninfo, 8ª edición, 2000.
- Estructura y diseño de computadores. Patterson-Hennessy. Editorial Reverté, 2000
- Organización y arquitectura de computadores. Stallings. Prentice Hall, 5ª edición, 2000
- Computer Arithmetic Systems. Omondi. Prentice Hall International, 1994
- Estructura de computadores: Problemas y Soluciones. García Clemente y otros. RAMA, 1999



REPRESENTACIÓN DE LA INFORMACIÓN (1)

INFORMACIÓN QUE LLEGA AL COMPUTADOR



- Datos e Instrucciones definidos por:
 - Símbolos (letras, números, caracteres ...)
 - Ideas (operaciones, movimientos, modificaciones ...)



REPRESENTACIÓN DE LA INFORMACIÓN (2)

- **CONDICIONANTES DEL COMPUTADOR**
 - CIRCUITOS INTEGRADOS DEL COMPUTADOR:
UTILIZACIÓN DEL **SISTEMA BINARIO**
 - EL COMPUTADOR ES FINITO:
LAS REPRESENTACIONES SON **ACOTADAS**
 - DISEÑO DE SUS UNIDADES FUNCIONALES:
EXISTEN **TAMAÑOS PRIVILEGIADOS** (byte, palabra, ..)
- **MODOS DE REPRESENTACIÓN**
 - REPRESENTACIONES ALFANUMÉRICAS
 - REPRESENTACIONES NUMÉRICAS
 - REPRESENTACIONES REDUNDANTES
 - REPRESENTACIONES GRÁFICAS
 - REPRESENTACIONES ETIQUETADAS



REPRESENTACIONES ALFANUMÉRICAS

- **REPRESENTAN:**
 - Las 26 letras del alfabeto (Mayúsculas y minúsculas)
 - Los 10 dígitos decimales
 - Un conjunto de caracteres especiales (+, -, =, < ...)
 - Un conjunto de caracteres de control (no visibles)
- **CARACTERÍSTICAS:**
 - Facilidad para comprobar un carácter numérico
 - ASCII: desde H'30 hasta H'39
 - Fácil equivalencia Mayúsculas y minúsculas
 - ASCII: desde H'41 (A) hasta H'5A (Z)
 - ASCII: desde H'61 (a) hasta H'7A (z)
 - Fácil comprobación si es carácter de control
 - ASCII: desde H'00 (NUL) hasta H'1F (US)
 - ASCII: excepción H'7F (DEL)



TABLA DE CÓDIGOS ASCII

DEC	HEX	OCT	CHAR	DEC	HEX	OCT	CH	DEC	HEX	OCT	CH	DEC	HEX	OCT	CH
0	0	000	NUL	32	20	040		64	40	100	@	96	60	140	`
1	1	001	SOH	33	21	041	!	65	41	101	A	97	61	141	a
2	2	002	STX	34	22	042	"	66	42	102	B	98	62	142	b
3	3	003	ETX	35	23	043	#	67	43	103	C	99	63	143	c
4	4	004	EOT	36	24	044	\$	68	44	104	D	100	64	144	d
5	5	005	ENQ	37	25	045	%	69	45	105	E	101	65	145	e
6	6	006	ACK	38	26	046	&	70	46	106	F	102	66	146	f
7	7	007	BEL	39	27	047	'	71	47	107	G	103	67	147	g
8	8	010	BS	40	28	050	(72	48	110	H	104	68	150	h
9	9	011	TAB	41	29	051)	73	49	111	I	105	69	151	i
10	A	012	LF	42	2A	052	*	74	4A	112	J	106	6A	152	j
11	B	013	VT	43	2B	053	+	75	4B	113	K	107	6B	153	k
12	C	014	FF	44	2C	054	,	76	4C	114	L	108	6C	154	l
13	D	015	CR	45	2D	055	-	77	4D	115	M	109	6D	155	m
14	E	016	SO	46	2E	056	.	78	4E	116	N	110	6E	156	n
15	F	017	SI	47	2F	057	/	79	4F	117	O	111	6F	157	o
16	10	020	DLE	48	30	060	0	80	50	120	80	112	70	160	p
17	11	021	DC1	49	31	061	1	81	51	121	Q	113	71	161	q
18	12	022	DC2	50	32	062	2	82	52	122	R	114	72	162	r
19	13	023	DC3	51	33	063	3	83	53	123	S	115	73	163	s
20	14	024	DC4	52	34	064	4	84	54	124	T	116	74	164	t
21	15	025	NAK	53	35	065	5	85	55	125	U	117	75	165	u
22	16	026	SYN	54	36	066	6	86	56	126	V	118	76	166	v
23	17	027	ETB	55	37	067	7	87	57	127	W	119	77	167	w
24	18	030	CAN	56	38	070	8	88	58	130	X	120	78	170	x
25	19	031	EM	57	39	071	9	89	59	131	Y	121	79	171	y
26	1A	032	SUB	58	3A	072	:	90	5A	132	Z	122	7A	172	z
27	1B	033	ESC	59	3B	073	;	91	5B	133	[123	7B	173	{
28	1C	034	FS	60	3C	074	<	92	5C	134	\	124	7C	174	
29	1D	035	GS	61	3D	075	=	93	5D	135]	125	7D	175	}
30	1E	036	RS	62	3E	076	>	94	5E	136	^	126	7E	176	~
31	1F	037	US	63	3F	077	?	95	5F	137	_	127	7F	177	DEL

Representación y Aritmética

7



REPRESENTACIONES NUMÉRICAS

- LIMITACIONES DE UNA REPRESENTACIÓN
 - NÚMERO FINITO DE NÚMEROS REPRESENTABLE:

RANGO DE REPRESENTACIÓN (Intervalo entre el mayor y el menor número representables)
 - NÚMERO FINITO DE BITS PARA LA REPRESENTACIÓN:

RESOLUCIÓN (Diferencia entre los valores de un número representable y el inmediato siguiente)
 - OPERACIONES CON RESULTADOS NO REPRESENTABLES:

DESBORDAMIENTO (Cuando un resultado está fuera del rango de representación)

■ SISTEMAS POSICIONALES CON BASE

$b = \text{base} = n^\circ \text{ natural} > 1$

$\text{Rep}(X) = (... x_2 x_1 x_0 x_{-1} x_{-2} ...) \text{ con } x_i \in \{b-1, b-2, \dots, 1, 0\}$

$$V(X) = \sum_{i=-\infty}^{i=\infty} x_i b^i = \sum_{i=0}^{i=\infty} x_i b^i + \sum_{i=1}^{i=\infty} x_{-i} b^{-i}$$

Representación y Aritmética

8



CAMBIO DE BASE (1)

- Parte Entera = $\dots x_2 b^2 + x_1 b^1 + x_0 b^0$
Dividiendo la Parte Entera por b se obtiene:
 - Cociente = $\dots x_2 b^1 + x_1 b^0$
 - Resto = x_0
- Parte Fraccionaria = $\dots, x_{-1} b^{-1} + x_{-2} b^{-2} + x_{-3} b^{-3} + \dots$
Multiplicando la Parte Fraccionaria por b se obtiene:
 - Parte Entera = x_{-1}
 - Parte Fraccionaria = $\dots, x_{-2} b^{-1} + x_{-3} b^{-2} + \dots$
- Relación $b=2^K$. Cada K bits de la representación binaria de un número constituyen un dígito en su representación en base b .
- Conversión de base $b=2^K$ a decimal:
 $010101,1010_{(2)} = 2^4 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-3} = 21,625_{(10)}$
 $A27,8C_{(16)} = 10 \times 16^2 + 2 \times 16^1 + 7 \times 16^0 + 8 \times 16^{-1} + 12 \times 16^{-2} = 2599,546875_{(10)}$

Representación y Aritmética

9



CAMBIO DE BASE (2)

- Ejemplo: Expresar $N = 2202,735_{(10)}$ en base 16, 8 y 2.
 $2202 = 16 \times 137 + 10 \rightarrow x_0 = 10 \text{ (A)}$
 $137 = 16 \times 8 + 9 \rightarrow x_1 = 9 \text{ y } x_2 = 9$
 $0,735 \times 16 = 11,760 \rightarrow x_{-1} = 11 \text{ (B)}$
 $0,760 \times 16 = 12,160 \rightarrow x_{-2} = 12 \text{ (C)}$
Seguir hasta obtener el número de dígitos deseado
 $N = 89A,BC\dots_{(16)}$
Expandiendo cada dígito hexadecimal en 4 bits:
 $N = 1000 \ 1001 \ 1010, \ 1011 \ 1100 \ \dots_{(2)}$
Agrupando cada 3 bits en un dígito octal:
 $N = 100 \ 010 \ 011 \ 010, \ 101 \ 111 \ 00?_{(2)} = 4232,57 \ \dots_{(8)}$

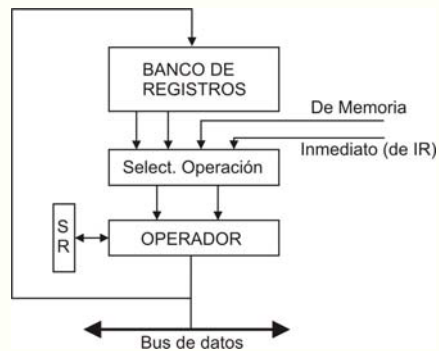
Representación y Aritmética

10



OPERADOR Y ESTRUCTURA DE LA ALU

- Operador: circuito que realiza una operación
- Registro de estado (SR). Los flags más usuales son: Acarreo (C), Cero (Z), Signo (S), Desbordamiento (V), Paridad (P), Resta (N), Acarreo BCD (H)
- Estructura de la ALU (modelo de ejecución Registro-Memoria)



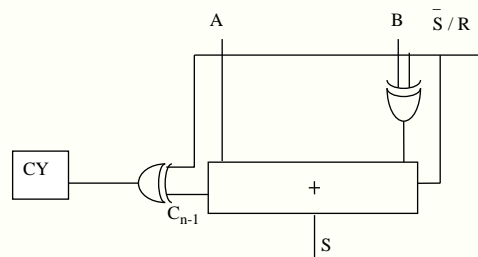
Representación y Aritmética

11



BINARIO SIN SIGNO

- $\text{Rep}(X) = (x_{n-1} \ x_{n-2} \ \dots \ x_1 \ x_0)$ $V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} x_i 2^i$
- Rango = $[0, 2^n - 1]$ Resolución = 1
- $A - B = A + [(2^{n-1} - B) + 1] \cdot 2^n = S + C_{n-1} \cdot 2^n - 2^n$
- Desbordamiento (OVF) con CY (biestable de acarreo)
 - SUMA: $C_{n-1} = 1$ y $S/R = 0$ (CY=1, carry =1)
 - RESTA: $C_{n-1} = 0$ y $S/R = 1$ (CY=1, borrow =1)



Representación y Aritmética

12



ENTEROS EN COMPLEMENTO A 2 (1)

- Rep(X) = ($x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1 x_0$)
 - $x_{n-1} = 0$: $X \geq 0$, Igual que binario puro
 - $x_{n-1} = 1$: $X < 0$, Rep(X) = $2^n - |X|$
 - Rep(X) + Rep(-X) = 2^n

$$V(X) = -x_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i$$

Ejemplo: $n = 6$, $A = 7$, $B = 101110$

$$A = 000111 \quad -A = 1000000 - 000111 = 111001 = 111000 + 1$$

(-A se representa invirtiendo los bits de A y sumando 1)

$$|B| = 1000000 - 101110 = 010010 = 18, \quad B = -18$$

$$\text{Valor máximo} = 011111 = 2^5 - 1 = 31$$

$$\text{Valor mínimo} = 100000 = -2^5 = -32$$

- Rango = $[-2^{n-1}, -1] \cup [0, 2^{n-1}-1]$ Resolución = 1
 - Rango de representación asimétrico
 - Representación del cero única

Representación y Aritmética

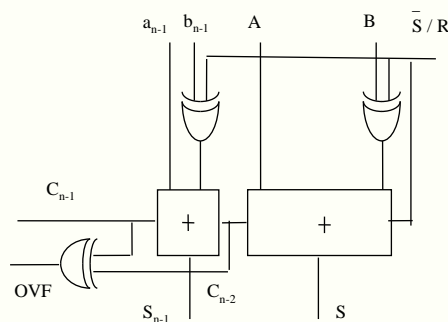
13



ENTEROS EN COMPLEMENTO A 2 (2)

- Suma y Resta: $A - B = A + (-B) = A + [2^n - 1 - \text{Rep}(B)] + 1$
- Análisis de OVF:

A	B	A+B	C_{n-1}	OVF
a	b	a+b	0	$S_{n-1}=1 \quad C_{n-2}=1$
$2^n - a$	$2^n - b$	$2^n + 2^n - (a+b)$	1	$S_{n-1}=0 \quad C_{n-2}=0$
$a(>b)$	$2^n - b$	$2^n + (a+b)$	1	NO $C_{n-2}=1$
$a(<b)$	$2^n - b$	$2^n - (a+b)$	0	NO $C_{n-2}=0$



Representación y Aritmética

14



ENTEROS EN COMPLEMENTO A 1

- Rep(X) = ($x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1 x_0$)
 - $x_{n-1} = 0$: $X \geq 0$, Igual que binario puro
 - $x_{n-1} = 1$: $X \leq 0$, Rep(X) = $2^n - 1 - |X|$
 - Rep(X) + Rep(-X) = $2^n - 1$

$$V(X) = x_{n-1}(1 - 2^{n-1}) + \sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i$$

Ejemplo: $n = 6$, $A = 7$, $B = 101110$

$A = 000111$ $-A = 111111 - 000111 = 111000$

(-A se representa invirtiendo los bits de A)

$|B| = 111111 - 101110 = 010001 = 17$, $B = -17$

Valor máximo = $011111 = 2^5 - 1 = 31$

Valor mínimo = $100000 = -011111 = -(2^5 - 1) = -32$

- Rango = $[-(2^{n-1}-1), -1] \cup [0, 2^{n-1}-1]$ Resolución = 1
 - Rango de representación simétrico
 - Doble representación del cero: $000\dots000$ y $111\dots111$

Representación y Aritmética

15



ENTEROS EN SIGNO-MAGNITUD

- Rep(X) = ($x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1 x_0$)
 - x_{n-1} = bit de signo
 - $x_{n-1} = 0$: $X \geq 0$ y $x_{n-1} = 1$: $X \leq 0$

$$V(X) = (1 - 2 \cdot x_{n-1}) \cdot \sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i$$

Ejemplo: $n = 6$, $A = 7$, $B = 101110$

$A = 000111$ $-A = 100111$ $B = -14$ $-B = 001110$

- Rango y resolución igual que en complemento a 1
- Suma $A+B=(-1)^S \times M$, siendo $A=(-1)^{SA} \times MA$ y $B=(-1)^{SB} \times MB$ y utilizando un sumador en binario sin signo:
 - Si $SA=SB$ ir a 5
 - Si $MA < MB$ ir a 4
 - $S=SA$, $M=MA-MB$, FIN
 - $S=SB$, $M=MB-MA$, FIN
 - $S=SA=SB$, $M=MA+MB$, si $CY=1$ hay OVF, FIN

Representación y Aritmética

16



ENTEROS EN EXCESO A "M"

- Rep(X) = $(x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1 x_0)$
 - Rep(X) = V(X) + M
 - Normalmente $M=2^{n-1}$ ó $M=2^{n-1}-1$ (el usado en el estándar IEEE)

Ejemplo: $n = 6, M=32, A = 7, B = 001110$

$$A = 7+32 = 39 = 100111 \quad B = 001110 - 32 = 14-32 = -18$$

$$\text{Valor máximo} = 111111 = 63 - 32 = 31$$

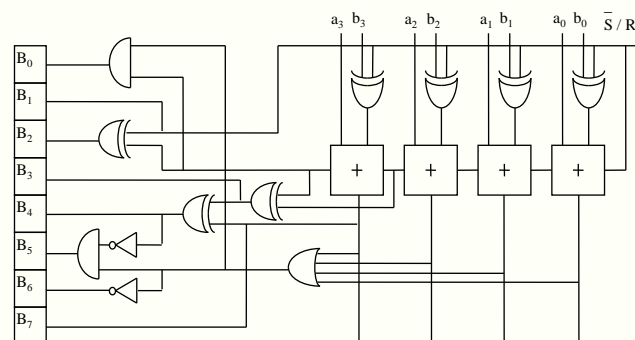
$$\text{Valor mínimo} = 000000 = 0 - 32 = -32$$

- Rango = $[-M, -1] \cup [0, 2^n-1-M]$ Resolución = 1



BIESTABLES DE ESTADO (1)

- El sumador-restador para operandos de 4 bits incorpora una lógica para generar 8 señales que se almacenan en los biestables de estado, que podrán utilizarse como condiciones en las instrucciones de salto. Deducir el significado de cada biestable, al realizar la operación A-B, considerando que:
 - Los operandos están en aritmética sin signo
 - Los operandos están en aritmética de complemento a dos





BIESTABLES DE ESTADO (2)

- BINARIO SIN SIGNO
 - B0=1 → Carry=1 y S=1 → No hay OVF y positivo → A>B
 - B1=1 → La operación es Resta
 - B2=1 → Resta y C=1 → Borrow =1 → A<B
 - B3, B4, B5 y B7 no tienen sentido
 - B6=1 → Z=1 → A=B
- COMPLEMENTO A 2
 - B0 no indica nada
 - B1 = N = flag de resta, B2 = C = flag de acarreo, B3 = V = flag de OVF
 - B4=1 → OVF \oplus Signo = 1 → A<B
 - Si no hay OVF el signo es negativo → Resultado real negativo
 - Si hay OVF el signo es positivo → Resultado real negativo
 - B6 = Z = flag de cero, B7 = S = flag de signo



REPRESENTACIÓN EN COMA FLOTANTE (1)

- $V(X) = M \cdot r^E$ (notación científica)
 - M = mantisa o fracción (p bits)
 - r = base o radix
 - E = exponente o característica (q bits)
- $\text{Rep}(X) = (e_{q-1} e_{q-2} \dots e_1 e_0 m_{p-1} m_{p-2} \dots m_1 m_0)$
- CARACTERÍSTICAS:
 - Normalmente $r = 2^k$ ($r = 2, 8, 16$)
 - Mantisa: coma fija con signo y base r
 - Exponente: Entero y base 2



REPRESENTACIÓN EN COMA FLOTANTE (2)

- Rango Exponente = [-64, 63]

Exceso 64		Signo-magnitud
S	EXPONENTE	MANTISA
1	7	8

- Rango Mantisa:

$$,00000000 = 0$$

$$,00000001 = 2^{-8}$$

.....

$$,11111111 = 1 \cdot 2^{-8}$$

- Rango = $\pm [2^{-8} \cdot 2^{-64}, (1 \cdot 2^{-8}) \cdot 2^{63}] \cup 0$

- $A = H'C63C = 1 \ 1000110 \ ,00111100$

$$A = - ,00111100 \cdot 2^6 = -15_{(10)}$$

$$A = - ,01111000 \cdot 2^5 = -15_{(10)} \rightarrow A = H' \ C578$$

$$A = - ,11110000 \cdot 2^4 = -15_{(10)} \rightarrow A = H' \ C4F0$$

Representación y Aritmética

21



REPRESENTACIÓN EN COMA FLOTANTE (3)

- NORMALIZACIÓN

Un número en coma flotante está con su mantisa normalizada si al desplazar la mantisa un dígito a la izquierda y decrementar el exponente en 1 cambia el valor del número

Exceso 64		Signo-mag. Normalizada
S	EXPONENTE	MANTISA
1	7	8

- Rango Mantisa:

$$,10000000 = 2^{-1}$$

.....

$$,11111111 = 1 \cdot 2^{-8}$$

- Rango = $\pm [2^{-1} \cdot 2^{-64}, (1 \cdot 2^{-8}) \cdot 2^{63}]$

- Problemas de la normalización:

- Resultados de operaciones no normalizados
- El cero no es representable

Representación y Aritmética

22



REPRESENTACIÓN EN COMA FLOTANTE (4)

■ BIT IMPLÍCITO

A un número en coma flotante con $r=2$ y su mantisa en signo magnitud y normalizada, puede dejarse el bit más significativo como implícito ya que tiene que ser un 1

Exceso 64		Signo-mag. con Bit implícito	
S	EXPONENTE	MANTISA	
1	7	8	

■ Rango Mantisa:

$$,1\ 00000000 = 2^{-1}$$

.....

.....

$$,1\ 11111111 = 1-2^{-9}$$

$$■ \text{ Rango} = \pm [2^{-1} \cdot 2^{-64}, (1-2^{-9}) \cdot 2^{63}]$$

Representación y Aritmética

23



SUMA Y RESTA EN COMA FLOTANTE (1)

SOLUCIÓN ANALÍTICA:

$$A = MA \cdot r^{EA} \quad B = MB \cdot r^{EB}$$

$r = 2^k$; Las mantisas MA y MB normalizadas

- $EA > EB$ siendo $d = EA - EB$
 $A \pm B = (MA \pm MB \cdot r^{-d}) r^{EA}$
- $EA < EB$ siendo $d = EB - EA$
 $A \pm B = (MA \cdot r^{-d} \pm MB) r^{EB}$

PASOS A SEGUIR:

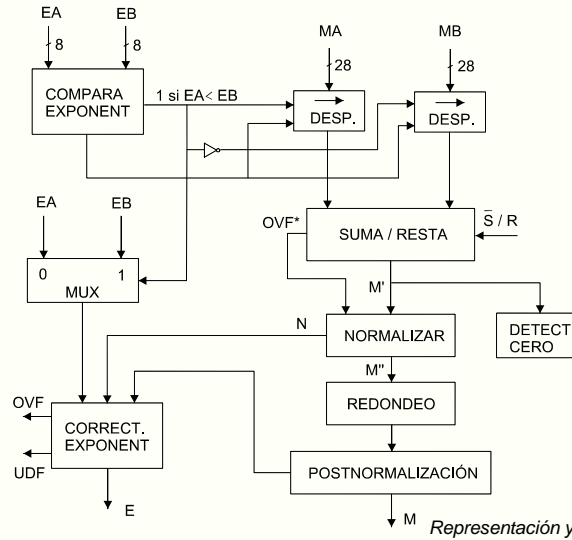
1. Comparar exponentes
2. Desplazar mantisa de exponente menor
3. Sumar / Restar mantisas
4. Detectar resultado cero
5. Normalizar (si redondeo postnormalizar)
6. Corregir exponente
7. Detectar desbordamiento

Representación y Aritmética

24

SUMA Y RESTA EN COMA FLOTANTE (2)

Esquema del sumador/restador en coma flotante:



Representación y Aritmética

25

SUMA Y RESTA EN COMA FLOTANTE (3)

1. Comparar exponentes
 - Identificar mantisa a desplazar
 - Determinar el número de desplazamientos = $|EA - EB|$
 - Utiliza un restador (puede haber OVF en esta resta)
2. Desplazar mantisa de exponente menor
 - Desplaza $|EA - EB|$ dígitos
 - Desplazamientos aritméticos
3. Sumar / Restar mantisas
 - Depende de la representación de las mantisas
 - Depende del operador que se utilice
 - Puede haber OVF* \rightarrow hay que normalizar
 - La resta no es conmutativa
4. Detectar resultado cero
 - Se detecta con el flag, $Z=1$
 - Se devuelve la representación definida para el cero

Representación y Aritmética

26



SUMA Y RESTA EN COMA FLOTANTE (4)

5. Normalización (mantisa signo y p bits de magnitud)
 - $OVF^*=1$: desplaza dcha. M' y $E \leftarrow E+1$
 - $OVF^*=0$: desplaza izda. M' y $E \leftarrow E+x$ ($x=0,1,\dots,p-1$)
 - $N=1,0,-1,\dots,-(p-1)$ =cantidad a sumar al exponente mayor
 - Si redondeo y postnormalización : desplaza dcha. M' y $E \leftarrow E+1$
6. Corregir exponente
 - Seleccionar el exponente mayor
 - Sumar N (de la fase de normalización)
 - Sumar 1 si hay postnormalización tras el redondeo
7. Detectar desbordamiento
 - Si $E >$ Exponente mayor, hay overflow (OVF)
 - Si $E <$ Exponente menor, hay underflow (UDF)



REDONDEO

- $A = \pm M \times 2^E$ donde M está representada por 6 bits. Se ha obtenido un resultado de 10 bits $M = 100100\ 1011$ que ha de ajustarse a 6 bits mediante técnicas de redondeo:
 - **Truncamiento**: Suprimir los bits sobrantes. $M = 100100$. Error absoluto $\varepsilon_a < 2^{-6}$ siempre por defecto
 - **Forzado a 1**: Truncamiento dejando siempre a 1 el bit menos significativo. $M = 100101$. Mismo error absoluto que en truncamiento, pero por defecto y por exceso
 - **Redondeo al más próximo**: Ajustar al extremo $M_{i-1} = 100100$ ó al $M_i = 100101$ más próximo sumando la mitad del intervalo, $\frac{1}{2}(M_i - M_{i-1}) = 000000\ 1000$. $M = 100101$. Error absoluto $\varepsilon_a \leq 2^{-6}$ por defecto y por exceso
 - **Redondeos a cero, a $+\infty$ y a $-\infty$** : Ajustar al extremo M_i ó M_{i-1} que corresponda en la dirección (M a 0), (M a $+\infty$) y (M a $-\infty$), respectivamente



DÍGITOS DE GUARDA Y BIT RETENEDOR (1)

- **Dígitos de guarda:** dígitos añadidos a la mantisa para obtener la precisión máxima. En el caso de mantisa en signo-magnitud se necesitarían dos bits de guarda, uno para normalizar el resultado y otro para redondeo
- **Bit retenedor:** bit que se añade para propagar el borrow en la resta. Al realizar los desplazamientos en la mantisa de menor exponente en la operación suma/resta, el bit retenedor se pone a 1 en el momento que pase un 1 y permanece ese valor independientemente de los bits que pasen después
- **Ejemplo:** mantisa normalizada en signo magnitud (1 bit de signo y 6 de magnitud) y exponente de 5 bits en exceso a 16.
 $A = ,100001 \times 2^7$ $B = ,100101 \times 2^3$,
realizar A-B usando todos los bits necesarios para absorber todos los desplazamientos, con dos bits de guarda y con los dos bits de guarda más bit retenedor

Representación y Aritmética

29



DÍGITOS DE GUARDA Y BIT RETENEDOR (2)

- **Resultado con 4 bits adicionales:**
 $A = ,100001\ 0000 \times 2^7$
 $B = ,100101\ 0101 \times 2^7$
 $A-B = ,011110\ 1011 \times 2^7$
Nor. $,111101\ 011 \times 2^6$
Red. + 1
 $A-B = ,111101 \times 2^6 = D'61$
- **Resultado con 2 bits de guarda:**
 $A = ,100001\ 00 \times 2^7$
 $B = ,100101\ 01 \times 2^7$
 $A-B = ,011110\ 11 \times 2^7$
Nor. $,111101\ 1 \times 2^6$
Red. + 1
 $A-B = ,111110 \times 2^6 = D'62$

Representación y Aritmética

30



DÍGITOS DE GUARDA Y BIT RETENEDOR (3)

- Resultado con 2 bits de guarda y bit retenedor:**

$$\begin{aligned}
 A &= ,100001\ 00\ 0 \times 2^7 \\
 B &= ,100101\ 01\ 1 \times 2^7 \\
 A-B &= ,011110\ 10\ 1 \times 2^7 \\
 \text{Nor.} &= ,111101\ 01 \times 2^6 \\
 \text{Red.} &+ 1 \\
 A-B &= ,111101 \times 2^6 = D'61
 \end{aligned}$$
- Resultado exacto y errores:**

$$\begin{aligned}
 A &= ,100001 \times 2^7 = D'66 & B &= ,100101 \times 2^6 = D'4,625 \\
 A-B &= D'61,375
 \end{aligned}$$
 - Error con 2 bits de guarda = $|61,375-62|=0,625$
 - Error con bit retenedor = $|61,375-61|=0,375$



ESTÁNDAR IEEE 754 DE COMA FLOTANTE (1)

SIMPLE PRECISIÓN

Exceso 127		Signo-mag. con Bit implícito	
S	EXPONENTE	MANTISA	
1	8	i,	23

00000000 → "+0" ó "-0" con M = 00 ... 00.
 00000001 = -126
 00000010 = -125

01111111 = 0
 10000000 = 1

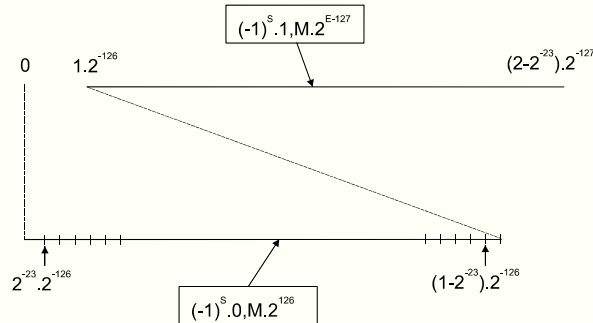
11111101 = 126
 11111110 = 127

11111111

"+∞" ó "-∞" con M = 00 ... 00.
 Not a Number
 con M distinta de 00 ... 00.

ESTÁNDAR IEEE 754 DE COMA FLOTANTE (2)

RANGO DE REPRESENTACIÓN:



PRECISIÓN:

- 3 Bits adicionales (2 de guarda y 1 retenedor)
- Redondeos al más próximo, a +inf. , a – inf. y truncamiento

OTRAS OPERACIONES DE LA ALU (1)

OPERACIONES LÓGICAS (NOT, OR, AND, XOR, ...)

- Actúan sobre los operandos bit a bit:
- $(1001) \text{ XOR } (0101) = 1100$

DESPLAZAMIENTOS

- Lógicos: rellenan los huecos generados con ceros, ya sean a la derecha o a la izquierda
- Aritméticos: realizan la multiplicación por 2 (a la izquierda) o división por 2 (a la derecha). Dependen de la representación:
 - Multiplicación en complemento a 2: Se rellena el hueco con 0 y hay desbordamiento si cambia de signo.
 - División en complemento a 2: Siendo $A=(a_{n-1} \dots a_1 a_0)$ y $a=|A|$, si $A < 0$ resulta $A/2=2^{-1}(2^n-a)=(2^n-a/2)-2^{n-1}$, por lo que hay que poner un 1 en el hueco generado
- Concatenados: entre registros y con biestables (acarreo)
- Circulares o rotaciones



OTRAS OPERACIONES DE LA ALU (2)

EXTENSIÓN DE SIGNO

- Representa un dato de n bits con m bits, $m > n$
- Depende de la representación. En complemento a 2 con $a = |A|$ siendo $A < 0$, $2^m - a = (2^n - a) + (2^m - 2^n)$ por lo que hay que rellenar con 1 los $(m-n)$ bits añadidos

MULTIPLICACIÓN

- Combinacional: se generan los productos parciales y se suman

				a_3	a_2	a_1	a_0	
				b_3	b_2	b_1	b_0	

0	0	0	0	a_3b_0	a_2b_0	a_1b_0	a_0b_0	$= M_0$
0	0	0	a_3b_0	a_2b_0	a_1b_0	a_0b_0	0	$= M_1$
0	0	a_3b_0	a_2b_0	a_1b_0	a_0b_0	0	0	$= M_2$
0	a_3b_0	a_2b_0	a_1b_0	a_0b_0	0	0	0	$= M_3$

p_7	p_6	p_5	p_4	p_3	p_2	p_1	p_0	